EXAMEN : 10 JULIO 2001 MODELO A

Escribe tu nombre en todas las hojas (incluida la del enunciado), así como el modelo de examen. El enunciado deberá entregarse junto con el resto del examen.

Nombre: .... DNI: ....

1. (0.5 puntos) Desea estudiarse la relación entre la variable Y="Permeabilidad intrínseca"(de varias mezclas de hormigón armado) y la variable X="Resistencia a la comprensión". Los datos obtenidos en 7 observaciones fueron:

X	1	1.5	2.5	3	4	4.5	5
Y	45	45	53	58	64	70	83

   (a) Calcula: $\overline{x}$, $\overline{y}$
   (b) Calcula la recta de regresión de la variable Y sobre la X, sabiendo que $\sum x_i{}^2$=79.75, $\sum y_i{}^2$=26108, $\sum x_i y_i$=1405
   (c) ¿Cómo calificarías la calidad del ajuste? Basa tu respuesta en alguna medida estadística.
   (d) Predice el valor de Y si X=2

2. (1 punto) Los clientes se encargan de evaluar los diseños preliminares de varios productos. Por estudios previos se sabe que: el porcentaje de productos de gran éxito en el mercado que recibieron buenas evaluaciones es del 95%, el 50% de los productos con éxito moderado recibieron buenas evaluaciones y el 15% de productos de escaso éxito recibieron buenas evaluaciones. Además, el 40% de los productos han tenido gran éxito, el 35% un éxito moderado y el 25% un éxito escaso.

   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que un producto obtenga una buena evaluación?
   (b) Si un nuevo diseño recibe una buena evaluación, ¿cuál es la probabilidad de que se convierta en un producto de gran éxito?

3. (1 punto) Sea X una variable aleatoria que indica la proporción de piezas defectuosas que fabrica un cierto proceso en un día. La función de densidad de dicha variable es,

$$f(x) = \begin{cases} 3a(\mathrm{x}-\mathrm{x}^2) & 0 \le \mathrm{x} \le 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

   (a) Determina el valor de a
   (b) Calcula la media, $\mu = E(X)$ y la varianza, $\sigma^2 = Var(X)$ de X. Si $Y = 100X$ es la variable expresada en procentaje, determina: $E(Y)$ y $Var(Y)$.
   (c) Calcula la función de distribución de la variable. ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción de piezas defectuosas sea superior a 0.6?

4. (1.25 puntos) El número de fallas (defectos) de un alambre delgado de cobre, es una variable Poisson con media 2.3 fallas por milímetro.

   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que tener exactamente 2 fallas en un milímetro de alambre?
   (b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya entre 2150 y 2400 fallas (ambos incluidos) en un metro de alambre?

5. (1.25 puntos) Una ingeniera ha de diseñar las sillas de un colegio para niños de 6 años. La altura de los niños de 6 años puede suponerse que se distribuye como una Normal de media 115 cm y una varianza de 16. Se ha visto que si el niño mide menos de 105 cm o más de 128 cm, estará sentado incómodamente.

   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que un niño esté sentado incómodamente?
   (b) Si en la clase hay 25 niños, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 1 niño se encuentre sentado incómodamente? (Si no has calculado la probabilidad del apartado a) de que el niño se siente incómodamente, usa $p = 0.1$ como probabilidad de que un niño esté sentado incómodamente, si no emplea el resultado del apartado a)).

6. (1.25 puntos) Se quiere probar el desgaste de dos marcas de llantas. Para ello se asigna al azar una llanta de cada marca a las dos ruedas traseras de 5 automóviles y se hacen correr los automóviles hasta que las llantas se desgastan. Los datos obtenidos (en miles de kilómetros) aparecen en la siguiente tabla (fíjate que por cada automóvil recogemos 2 datos):

Automóvil	Marca 1	Marca 2
Automóvil 1	36	34
Automóvil 2	45	42
Automóvil 3	32	31
Automóvil 4	38	37
Automóvil 5	34	33

Suponiendo ambas poblaciones Normales: calcula el intervalo de confianza al 95% de la diferencia entre las medias de desgaste. ¿Hay diferencia en cuanto a desgaste entre ambas marcas? Razona tu respuesta.

7. (1.25 puntos) Un ingeniero que trabaja para un fabricante de llantas investiga la duración promedio de un nuevo compuesto de caucho. Para ello, construye 6 llantas y las prueba en una carretera hasta alcanzar el fin de la vida útil de éstas. Los datos, en miles de kilómetros, son:

64	63	63	62	60	59

El ingeniero afirma que la vida media de la nueva llanta excede los 60 (mil km.). Determina $\bar{x}$ y s y plantea el contraste de hipótesis adecuado para confirmar dicha afirmación con un nivel de significación de 0.05. ¿A qué conclusión se llega?